

Interpolation d'une étoile variable RT Cygni

Michel Lesty

Coryent Conseil, 28, rue Sainte Adélaïde 78000 Versailles France

michel.lesty@coryent.com

Dans la régression multiple on cherche à modéliser une variable Y en fonction de *plusieurs autres* variables qui constituent les conditions de l'expérience. Dans la prévision basée sur la décomposition harmonique, on cherche à modéliser une variable Y en fonction *d'une seule* variable (le temps par exemple), ou, plus exactement, par une combinaison linéaire de plusieurs fonctions sinusoïdales de cette seule variable. La méthode CORICO (Lesty, 1999) permet d'introduire dans le modèle d'autres fonctions que les fonctions sinusoïdales, par exemple des ruptures de tendances en forme de « marche d'escalier », ou de « V », ou même des événements accidentels tel que des pics isolés ou des « morceaux d'ondes ». Ceci est précieux, car des corps célestes en mouvements, nuages de poussières, etc... peuvent s'interposer temporairement entre l'étoile et nous, et pourraient expliquer des variations d'éclat apparent, surajoutées à la pulsation naturelle de l'étoile, et se manifestant par des ruptures de tendances telles que « marche d'escalier », etc...

La décomposition harmonique de type CORICO, tout à fait inédite, n'est fondée ni sur les moyennes mobiles, ni sur le calcul différentiel, ni sur l'analyse de Fourier, ni sur la dispersion de phase, mais sur le seul calcul des corrélations totales et partielles. La corrélation étant un cosinus dans l'espace à n dimensions, cette méthode, purement trigonométrique, ne suppose à aucun moment une relation entre un instant t et un instant $t+dt$ ou $t+n$; d'où sa grande précision, et la possibilité d'un calcul rigoureux même lorsque la cadence d'échantillonnage n'est pas régulière, comme c'est le cas pour les étoiles variables, en raison des intempéries.

Une notation propre au logiciel CORICO vise à identifier, dans l'équation du modèle, les différents harmoniques, ou les ruptures, sous la forme la plus condensée possible pour éviter que les équations ne remplissent une page entière. Le nom ne comporte que des nombres entiers. Par exemple une onde sinusoïdale est notée « $\alpha\sim\varphi\sim A$ » où α est une valeur qui permet de calculer la fréquence donc la période, connaissant la plage d'échantillonnage, et φ est la phase en degré. Bien sûr, avec ce système de notation, un même harmonique portera un nom différent selon la plage d'échantillonnage sur laquelle il aura été calculé, comme on le voit par exemple pour le premier harmonique de RT Cygni dans les trois plages d'échantillonnage considérées plus loin. Il faut savoir que le nom est simplement destiné à distinguer un harmonique d'un autre dans le modèle, et accessoirement, pour deux harmoniques de même fréquence, à connaître leur différence de phase. En effet, la période et le graphe de chaque harmonique sont systématiquement donnés par le logiciel.

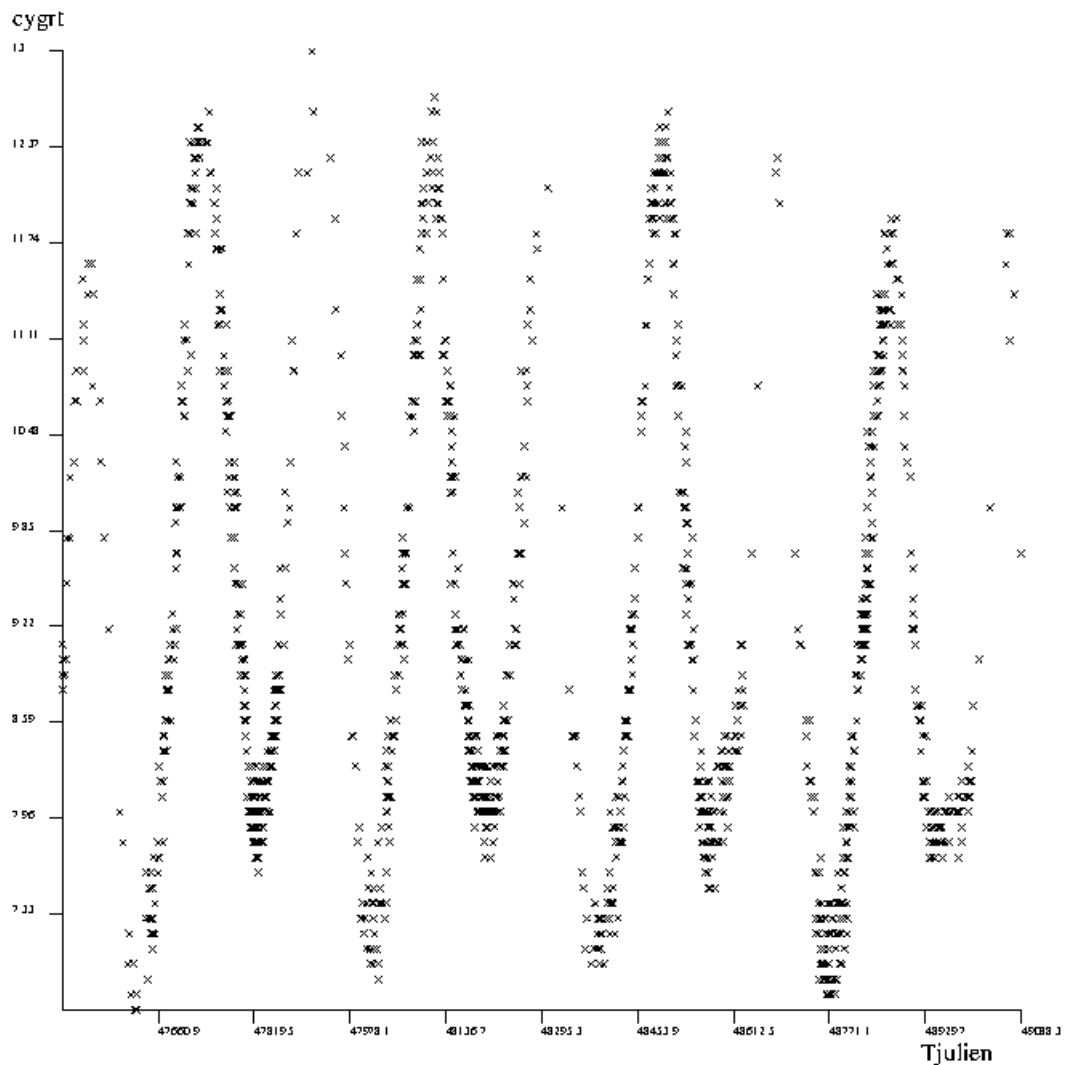
Un nom du type « $d>f.X$ » symbolise une rupture en marche d'escalier (un plat, suivi d'une pente positive ou négative, suivi d'un plat), où d et f sont respectivement les numéros des observations de début et de fin de la pente. Et « $c\{k.X$ » représente une marche d'escalier "émoussée" (courbe logistique) où c est le numéro de l'observation au centre de la pente, et k est un nombre caractérisant cette pente.

L'étoile RT Cygni de la constellation du Cygne fait partie des étoiles variables de type Mira. La **figure 1** représente en abscisse le temps, en jour julien du 8-12-1988 au 11-4-1993, et en ordonnées

les variations de la *magnitude apparente*. C'est un exemple de cadence irrégulière d'échantillonnage: les observations à la jumelle, impossibles par temps nuageux, sont d'autant plus difficiles que l'éclat apparent est faible. D'où un moindre échantillonnage dans les fortes magnitudes et surtout l'hiver (un pic sur deux) où les maxima sont donc incertains.

Figure 1 : Etoile RT Cygni du 8 -12-88 au 11-4 -93

En abscisse le temps julien, en ordonnée la magnitude: 1352 observations sur 1586 jours



Une analyse harmonique de type CORICO appliquée à l'échantillonnage irrégulier de la figure 1 (1352 observations sur 1586 jours) donne le modèle suivant :

$$\begin{aligned} \text{ModèleCygrt} = & 9.1044 + 52.9125 \ 168\sim 275\sim T_{\text{julien}} + 10.2723 \ 78\sim 98\sim T_{\text{julien}} \\ & - 7.0223 \ 335\sim 0\sim T_{\text{julien}} - 6.2243 \ 876\sim 914.T_{\text{julien}} - 5.6083 \ 41\sim 0\sim T_{\text{julien}} + 4.5866 \ 162\sim 0\sim T_{\text{julien}} + \\ & 3.3061 \ 406\sim 90\sim T_{\text{julien}} + 3.1324 \ 212\sim 89\sim T_{\text{julien}} + 3.0637 \ 60\sim 66.T_{\text{julien}} \end{aligned}$$

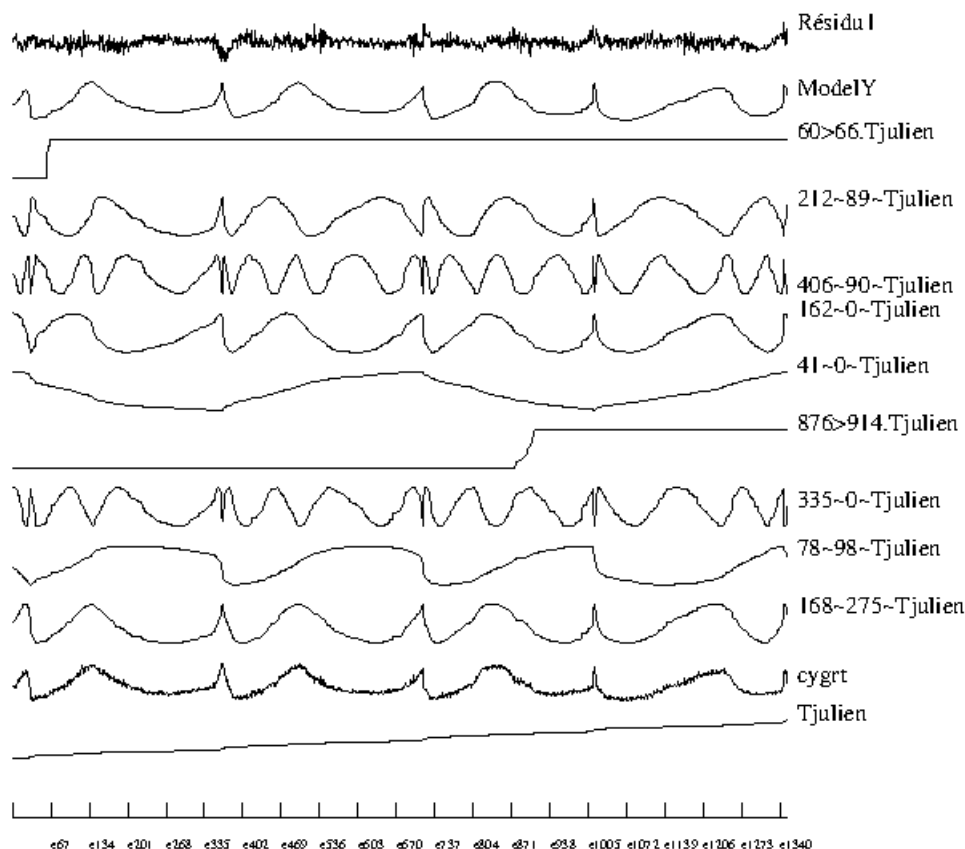
R2 = 0.9639, R2a = 0.9637 et F = 3978

Avec pour les harmoniques les périodes suivantes :

168~275~Tjulien,	période : 188.81
78~98~Tjulien,	période : 406.67
335~0~Tjulien,	période : 94.69
41~0~Tjulien,	période : 773.66
162~0~Tjulien,	période : 195.80
406~90~Tjulien,	période : 78.13
212~89~Tjulien,	période : 149.62

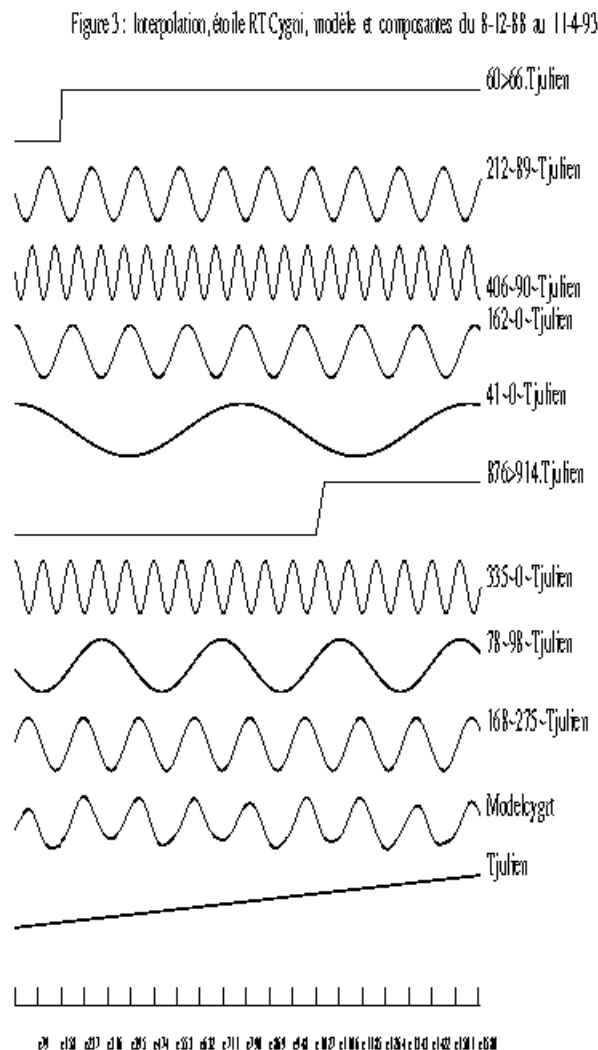
Ce modèle calculé sur 9 maxima et 8 minima de magnitude (jours juliens 2447502.3 à 2449088.3) donne la période 188.81 jours pour le premier harmonique. Une étude portant sur 82 maxima et 76 minima a montré que la période du premier harmonique de RT Cygni varie au cours du temps. En effet, Andronov, Marsakova et Schweitzer ont calculé avec un programme d'ajustage multi harmonique une période de 191.86 jours sur l'intervalle 2423003 et 2424340, et une période de 189.4 jours sur l'intervalle 2446406 - 2450089.

Figure 2 : Etoile RT Cygni du 8-12-88 au 11-4 -93,
modèle et composantes sur observations réelles
(intervalles de temps irréguliers).



En plus du premier harmonique, le modèle montre d'autres harmoniques et deux ruptures de tendance en « marche d'escalier », **figure 2**, dont l'importance relative est connue par les valeurs de leurs coefficients dans le modèle. Sur cette figure l'abscisse n'est pas le temps mais la suite des observations. Aussi la courbe de *Tjulien* n'est pas rectiligne, mais présente des décrochements correspondant aux périodes hivernales moins riches en observations. La courbe des résidus du modèle

(fortement amplifiée pour plus de clarté), suggère que les incertitudes d'estimation de la magnitude sont plus grandes durant les périodes hivernales. On peut supposer que le modèle qui s'appuie sur l'ensemble des observations, corrige ces incertitudes.



Par interpolation du modèle, nous pouvons reconstituer les valeurs manquantes. On obtient la **figure 3** où, maintenant, le temps est en abscisse. La rupture $60 > 66.Tjulien$ est nettement visible sur la courbe *Modelcygrt* et on la retrouve en effet sur la figure 1. L'effet de la rupture $876 > 914$ est deux fois plus important (puisque son coefficient dans le modèle est deux fois plus grand que celui de $60 > 66.Tjulien$). Cependant il est moins visible sur la courbe de *Modelcygrt* car la pente de la marche d'escalier est plus douce, et, puisque le coefficient est négatif, elle est justement dans le même sens que celle de l'ondulation à cet endroit.

Supposée la justesse du modèle, il appartient aux astrophysiciens d'essayer d'expliquer ces ruptures. Peut-être sont-elles en rapport avec les variations de période. Remarquons encore que la période du troisième harmonique est à peu près la moitié de celle du premier. A titre de comparaison voici les modèles obtenus, avec leurs coefficients et périodes,

- pour les 1228 observations du 7-4-75 au 28-10-84 (2442509.7 à 2445998.3):

	Constante	
8.94690		
-51.49132	368~0~Tjulien,	période : 189.60
7.92970	732~0~Tjulien,	période : 95.32
7.84573	197~0~Tjulien,	période : 354.17
-5.33046	66~0~Tjulien,	période : 1057.15
4.80206	358~274~Tjulien,	période : 194.89
3.84509	232~0~Tjulien,	période : 300.74
4.75360	144~0~Tjulien,	période : 484.53
4.39851	173~90~Tjulien,	période : 403.31
2.98583	596~90~Tjulien,	période : 117.07

R2 = 0.9479, R2a = 0.9476 et F = 2468

- et pour les 879 observations du 25-10-84 au 8-12-88 (2445998 à 2447502):

	Constante	
8.94209		
45.59826	157~315~Tjulien,	période : 190.69
8.30712	26~0~Tjulien,	période : 1151.46
6.69170	312~267~Tjulien,	période : 95.96
-5.13753	82~85~Tjulien,	période : 365.10
4.89831	346{100.Tjulien,	
4.56045	42~270~Tjulien,	période : 712.81
2.20510	156~0~Tjulien,	période : 191.91
2.89418	376~273~Tjulien,	période : 79.62
2.03045	475~269~Tjulien,	période : 63.03

R2 = 0.9659, R2a = 0.9656 et F = 2745

Ces résultats confirment la variation de période des harmoniques : il arrive qu'elle croisse, puis diminue. Ces modèles peuvent donc seulement être utilisés pour l'interpolation mais non pour la prévision, sauf à court terme. Cependant, dans les trois cas on observe une harmonique de période à peu près moitié de l'harmonique principale (ce qui, soulignons-le, n'arrive pas pour d'autres étoiles Mira que nous avons testés, comme U Cygni, S Carinae de la Carène, ou R Vulpeculae du Petit Renard). On note aussi une « rupture logistique » : *346{100.Tjulien*, dans l'intervalle du 25-10-84 au 8-12-88.

Note : La capacité de détection par le logiciel des « morceaux d'ondes » localisés dans le temps (non apparus dans le cas de RT Cygni) est un moyen de « nettoyer » la série à modéliser des événements accidentels qui ne peuvent servir à la prévision. En revanche si la morphologie de la courbe ressemble à une ondulation, à cela près que les maxima sont par exemple plus pointus que ceux d'une sinusoïde, ce « défaut », comme tout défaut régulièrement répété, va engendrer des harmoniques de même ordre, ou d'ordre supérieurs, qu'on peut trouver artificiels. En fait, ces harmoniques reflètent un phénomène réel sous-jacent, et sont utiles pour la prévision, ou pour une réflexion sur la physique du phénomène.

BIBLIOGRAPHIE

Andronov, I.L., 1994, Odessa Astron. Publ., 7, 49.

Gourieroux C., Monfort A. Cours de Séries Temporelles, Ed. Economica, Paris 1983.

Lesty M. Une nouvelle approche dans le choix des régresseurs de la régression multiple en présence d'interactions et de colinéarités. *La revue de Modulad*, n°22, pp.41-77, 1999.

Marsakova, V.I., Andronov, I.L., 1996, Odessa Astron. Publ., 9.

Schweitzer, E.: 1993, Bull. AFOEV, 64, 14.